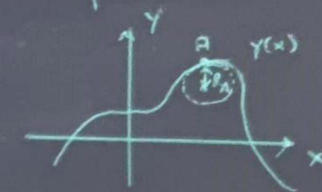
Радиус на кривина

$$R = \left|\frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}\right|$$

• радиус на окръжността, която най-добре се допира до кривата $y(x)$ в дадена точка:

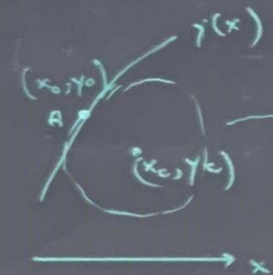


• Движението около A моментно може да се приеме за движение по окръжност с радиус R_A

• формулата е полезна (напр. в $a_n = v^2/R$) и може да се ползва наготово.

• Помни се трудно, но може да се изведе в рамките на 5-10 min.

$\boxed{P}$



→ описва се от $(x-x_c)^2+(y-y_c)^2=R^2$ ⟨1⟩ ⟹ по окръжността $2(x-x_c)\,dx+2(y-y_c)\,dy=0$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(x-x_c)}{(y-y_c)} \quad \langle 2\rangle$$

Тогава:

$$\frac{d^2y}{dx^2} \overset{\langle 1\rangle}{=} \frac{d}{dx}\left(-\frac{(x-x_c)}{\sqrt{R^2-(x-x_c)^2}}\right)$$

$$= -\frac{\sqrt{R^2-(x-x_c)^2} - (x-x_c)\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{R^2-(x-x_c)^2}}\cdot\left(-2(x-x_c)\right)}{R^2-(x-x_c)^2}$$

$$= -\frac{R^2}{\left(R^2-(x-x_c)^2\right)^{3/2}} \quad \langle 3\rangle$$

Ако окръжността описва функцията $y(x)$ добре при A, нейната първа и втора производна при A трябва да съвпадат с тези на функцията:

$\langle 2\rangle \rightarrow y'(x_0) = -\frac{(x_0-x_c)}{\sqrt{R^2-(x_0-x_c)^2}}$ $\qquad$ $\langle 3\rangle \rightarrow y''(x_0) = -\frac{R^2}{\left(R^2-(x_0-x_c)^2\right)^{3/2}}$

(искаме да намерим x_0-x_c от системата)

$$\frac{1}{y'^2} = \frac{R^2}{(x_0-x_c)^2} - 1$$

$$(x_0-x_c)^2 = R^2\cdot\frac{y'^2}{1+y'^2}$$

$$\Rightarrow \quad y'' = -\frac{R^2}{\left(\frac{R^2}{1+y'^2}\right)^{3/2}}$$

$$R = -\frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}$$

(тук $y''<0$)

$$\boxed{R = \left|\frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}\right|}$$